01. ...(1ن + 0,5 ن + 0,5 ن + 0,5 ن + 1 ن +1 ن + (0,25 x 3 ن+ 0,5 ن) + 0,25 ن) 7.5 ن

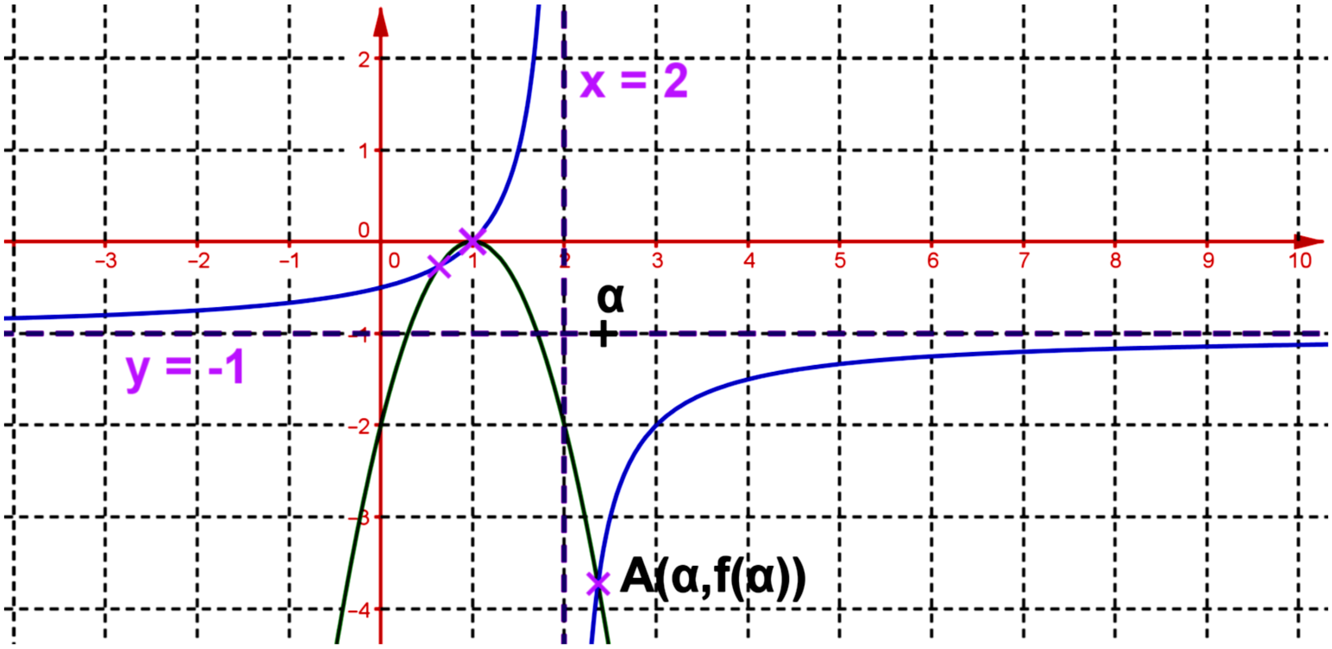
لنعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة ب : $f(x)=-2x^2+4x-2$.

لنعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة ب : $g(x)=\dfrac{1-x}{x-2}$.

1. أتمم الجدول التالي

.1 أحسب :	$f(0)=-2;f(1)=0;f(2)=-2$	أحسب :	$g(0)=-\frac{1}{2};g(1)=0;g(3)=-2;g\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{3}$
.2 اسم منحنى الدالة f	شلجم	اسم منحنى الدالة g	هذلول
.3 رأسه	$S(1,0)$	مقاربيه	معادلة المقارب الأفقي $y=-1$ العمودي $x=2$
.4 محور تماثله	المستقيم الذي معادلته $x=1$	مركز تماثله	النقطة $I(2,-1)$
.5 جدول تغيراته :f	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline f(x) & & \nearrow & 0 & \searrow & \end{array}$	جدول تغيراته :g	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 2 & & +\infty \\ \hline f(x) & & \nearrow & \| & \nearrow & \end{array}$

.6 أنشئ منحنى f ثم g في نفس المعلم مع العلم أن النقط التي وضعت في المستوى هي نقطة تقاطع المنحنيين و $A(\alpha,f(\alpha))$



.7 استنتج مبيانيا ما يلي	$f(x)\geq 0$ لدينا : $S_1=\{1\}$ $f(x)=g(x)$ لدينا : $S_2=\{\beta,1,\alpha\}$	$f(x)\leq g(x)$ $\dfrac{g(x)}{f(x)}\geq 0$	لدينا : $S_3=]-\infty,\beta]\cup[1,2[\cup[\alpha,+\infty[$ لدينا : $S_4=]-\infty,1[\cup]2,+\infty[$
.8 حدد مبيانيا	$g(]2,+\infty[)$ لدينا : $g(]2,+\infty[)=]-\infty,-1[$		

9. لنعتبر الدالة h المعرفة ب: $\forall x \in]2,+\infty[, h(x) = f \circ g(x)$.

أ- أعط صيغة للدالة h . ... (0,5 ن)

لدينا : $h(x) = f \circ g(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1-x}{x+2}\right) = -2\left(\frac{1-x}{x+2}\right)^2 + 4\times\frac{1-x}{x+2} - 2$.

خلاصة : $\forall x \in]2,+\infty[, h(x) = -2\left(\frac{1-x}{x+2}\right)^2 + 4\times\frac{1-x}{x+2} - 2$

ب- أدرس رتابة h ثم أعط جدول تغيرات h.......................(0,5 ن + 0,5 ن) .

لدينا : g تزايدية قطعا على $]2,+\infty[$ و $g(]2,+\infty[) =]-\infty,-1[$ و لدينا f تزايدية قطعا على $]-\infty,-1[$ إذن $h = f \circ g$ تزايدية قطعا على $]2,+\infty[$ حسب الخاصية .

خلاصة : الدالة h تزايدية قطعا على $]2,+\infty[$

ومنه جدول تغيرات هو :

x	2	$+\infty$
$h(x)$	‖	$\nearrow$

02. .... (1 ن)

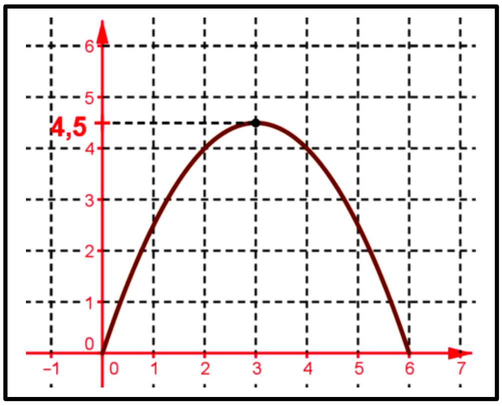
أحد المهندسين صمم رسم لمدخل للأحد المتاحف على شكل جزء من شلجم (أنظر الشكل)

1. نحدد معادلة الشلجم .

بما أن المنحنى هو لشلجم إذن : $f(x) = ax^2 + bx + c$

مبيانيا : $f(6) = 0$; $f(0) = 0$ ومنه : $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x-0)(x-6) = ax(x-6)$.

مبيانيا :



$$f(3) = 4,5 \Leftrightarrow a\times 3(3-6) = 4,5$$
$$\Leftrightarrow -9a = 4,5$$
$$\Leftrightarrow a = \frac{4,5}{-9} = -\frac{1}{2}$$

ومنه : $f(x) = -\frac{1}{2}x(x-6) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$

خلاصة : معادلة الشلجم هي : $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$.

03. .... (1,5 ن)

لنعتبر دالة عددية f معرفة على $\mathbb{R}$ حيث f زوجية و دورية و دورها 3 حيث : $f(0) = f(1) = 4$.

1. أحسب : $f(3)$ و $f(-1)$ و $f(2)$ و $f(2014)$.

- بما أن : f دورية و دورها 3 إذن : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x+3) = f(x)$ ومنه : $f(0+3) = f(0) = 4$ إذن $f(3) = 4$.
- بما أن : f زوجية إذن : $\forall x \in \mathbb{R}, f(-x) = f(x)$ و منه : $f(-1) = f(1) = 4$ إذن $f(-1) = 4$.
- لدينا : : $f(2) = f(-1+3) = f(-1) = 4$ (لأن f دورية و دورها 3) إذن : $f(2) = 4$
- لدينا : $f(2014) = f(1+3\times 671) = f(1) = 4$ (لأن f دورية و دورها 3 إذن ($\forall x \in \mathbb{R}$, $\forall x \in \mathbb{Z}$, $f(x+kT) = f(x)$, $T = 3$) إذن : $f(2014) = 4$

.04 .... (6 ن)

ABCD مربع و K مرجح النقط المتزنة $(A,2)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ و $(D,1)$.

.1 لتكن النقطة I مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,-1)$ حدد I ثم أنشئ I .... (1 ن)

بما أن I مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,-1)$ إذن : $2\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ أي $\overrightarrow{AI}=\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}=\frac{-1}{2-1}\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AB}$

خلاصة : $\overrightarrow{AI}=-\overrightarrow{AB}$ أي A منتصف $[IB]$.

.2 لتكن النقطة J مرجح النقطتين المتزنتين $(C,2)$ و $(D,1)$. حدد J ثم أنشئ J . ... (1 ن)

بما أن : J مرجح النقطتين المتزنتين $(C,2)$ و $(D,1)$ إذن : $2\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{JD}=\vec{0}$ أي $\overrightarrow{CJ}=\frac{d}{c+d}\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2+1}\overrightarrow{CD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

خلاصة : $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

.3 أكتب المتجهة $2\overrightarrow{KA}-\overrightarrow{KB}$ بدلالة $\overrightarrow{KI}$ . ... (0,5 ن)

بما أن I مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,-1)$ حسب الخاصية المميزة $\forall M\in(P)$: $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=(2-1)\overrightarrow{MI}$

نأخذ : $M=K$ نحصل على : $2\overrightarrow{KA}-\overrightarrow{KB}=(2-1)\overrightarrow{KI}=\overrightarrow{KI}$.

خلاصة : $\overrightarrow{KI}=2\overrightarrow{KA}-\overrightarrow{KB}$

.4 أكتب المتجهة $2\overrightarrow{KC}-\overrightarrow{KD}$ بدلالة $\overrightarrow{KJ}$ . ... (0,5 ن)

بما أن : J مرجح النقطتين المتزنتين $(C,2)$ و $(D,1)$ حسب الخاصية المميزة $\forall M\in(P)$: $2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=(2+1)\overrightarrow{MJ}$

نأخذ : $M=K$ نحصل على : $2\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{KD}=(2+1)\overrightarrow{KJ}=3\overrightarrow{KJ}$.

خلاصة : $2\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{KD}=3\overrightarrow{KJ}$

.5 حدد مرجح النقطتين المتزنتين $(I,1)$ و $(J,3)$ . ... (1 ن)

لدينا :

K مرجح النقط المتزنة $(A,2)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ و $(D,1)$.
I مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,-1)$.
J مرجح النقطتين المتزنتين $(C,2)$ و $(D,1)$

إذن K مرجح النقط المتزنة $(I,1)$ و $(J,3)$ خ. المميزة

.6 ضع على الرسم K معللا طريقة الإنشاء. .... (1 ن)

حسب ما سبق K مرجح النقط المتزنة $(I,1)$ و $(J,3)$ إذن $\overrightarrow{KI}+3\overrightarrow{KJ}=\vec{0}$ أي $\overrightarrow{IK}=\frac{i}{i+j}\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{1+3}\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{IJ}$

خلاصة : $\overrightarrow{IK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{IJ}$

.7 نفترض أن المستوى منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $A(1,2)$ و $B(2,3)$ بالنسبة لمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حدد إحداثيتي I. .. (1 ن)

لدينا إحداثياتي $I(x_I,y_i)$ هي $x_I=\frac{2\times1-1\times2}{2-1}=0$ و $y_I=\frac{2\times2-1\times3}{2-1}=1$.

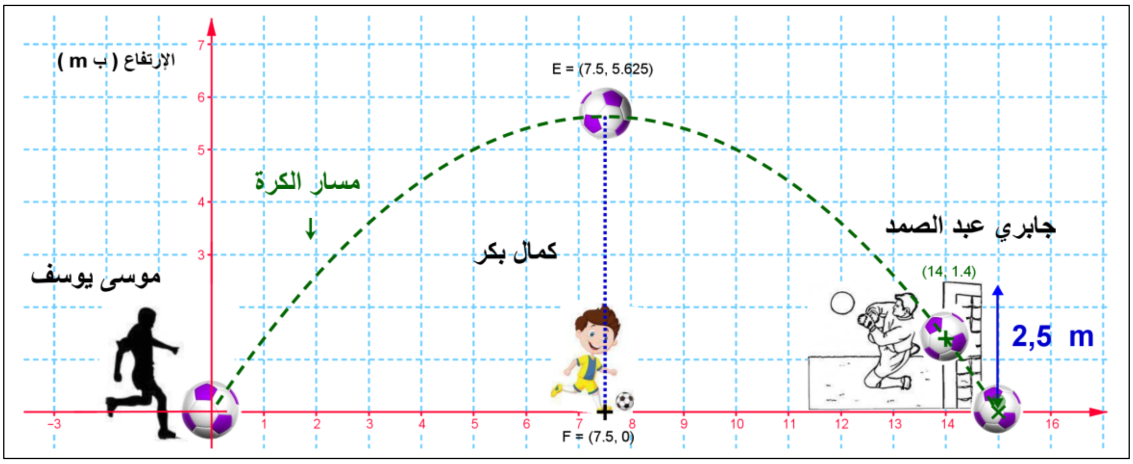
خلاصة : $I(0,1)$

.05 .... (4 ن)

في مقابلة لكرة القدم قذف اللاعب موسى يوسف الكرة التي كانت على أرضية الملعب حيث مسار الكرة كان على شكل جزء من شلجم و نمثله ذلك في معلم أنظر الشكل :

حيث معادلة الشلجم هي :

$f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{3}{2}x$.



.1 ما هو الارتفاع القصوى الذي ارتفعت به الكرة عن سطح الملعب؟ .... (0,5 ن)

لدينا : معادلة الشلجم هي : $f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{3}{2}x$ ومنه : الدالة f تقبل قيمة قصوية في $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}\times(-5) = \frac{15}{2}$

و منه :الارتفاع القصوي الذي ارتفعت به الكرة هو : $f\left(\frac{15}{2}\right) = -\frac{1}{10}\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}\times\left(\frac{15}{2}\right) = 5{,}625\ m$

خلاصة : الارتفاع القصوي الذي ارتفعت به الكرة عن سطح الملعب هو : 5,625 m

.2 على بعد أي مسافة من اللاعب موسى يوسف ستسقط الكرة على أرضية الملعب ؟ .... (1 ن)

تسقط على الأرض إذن الارتفاع هو 0 m أو $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{10}x^2 + \frac{3}{2}x = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x\left(-\frac{1}{5}x + 3\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 15$$

خلاصة : على بعد 15 m من اللاعب موسى يوسف ستسقط الكرة على أرضية الملعب .

.3 اللاعب كمال بكر من فريق موسى يوجد على بعد 7,5 m من اللاعب موسى يوسف هل يمكنه اعتراض الكرة برأسه ؟ .... (0,5 ن)

المكان الذي يوجد فيه كمال بكر 7,5 m الارتفاع الكرة عن أرضية الملعب يمثل الارتفاع القصوي و هو 5,625 m

خلاصة لا يمكن للاعب كمال بكر اعتراض الكرة برأسه لأن العلو هو 5,625 m و قامته هي 2 m .

.4 هل الكرة تصطدم مع الخشبة الأفقية لمرمى الحارس الجابري عبد الصمد ؟ .... (1 ن)

المرمة للحارس الجابري توجد على بعد 14 m من موسى يوسف ارتفاع الكرة في هذا الموضع يكون :

$f(14) = -\frac{1}{10}\times 14^2 + \frac{3}{2}14 = 1{,}4$ إذن الكرة تكون على ارتفاع 1,4 m عن سطح الملعب و الخشبة الأفقية مرتفعة عن أرضية الملعب ب : 2,5 m .

خلاصة : الكرة لا يمكنها أن تصطدم مع الخشبة الأفقية لمرمى الحارس الجابري عبد الصمد .

.5 نفترض أن المرمى لا يوجد فها أي لاعب وهي على بعد 14 m من اللاعب موسى هل القذفة ستكون هدف لصالح اللاعب موسى يوسف ؟
.... (1 ن)

حسب السؤال السابق نستنتج أن الكرة ستكون هدف لصالح موسى يوسف لأن ارتفاع الكرة أقل من ارتفاع الخشبة الأفقية .

خلاصة : القذفة ستكون هدف لصالح اللاعب موسى يوسف .